

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

7

Ediția a X-a
revizuită și adăugită

Editura Paralela 45

TESTE DE EVALUARE ÎNȚĂLĂ	5
---------------------------------------	----------

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE	8
--	----------

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	8
Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	13
Lecția 3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	16
Lecția 4. Modulul unui număr real	20
Lecția 5. Compararea și ordonarea numerelor reale	24
Lecția 6. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	27
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	32
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	34
Lecția 7. Adunarea și scăderea numerelor reale	36
Lecția 8. Înmulțirea numerelor reale	40
Lecția 9. Puterea cu exponent număr întreg a numerelor reale	44
Lecția 10. Împărțirea numerelor reale	49
Lecția 11. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$, $b > 0$	53
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	59
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	61
Lecția 12. Media aritmetică și media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$	63
Lecția 13. Media geometrică a două numere reale pozitive	67
Lecția 14. Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$	70
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	74
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	76
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	78

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PATRULATERUL	81
--	-----------

Lecția 1. Patrulaterul convex	81
Lecția 2. Paralelogramul	84
Lecția 3. Linia mijlocie în triunghi	90
Lecția 4. Centrul de greutate al triunghiului	93
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	97
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	100
Lecția 5. Dreptunghiul	102
Lecția 6. Rombul	106
Lecția 7. Pătratul	111
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	115
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	117
Lecția 8. Trapezul. Trapezul isoscel	119
Lecția 9. Linia mijlocie în trapez	124

Lecția 10. Perimetrul și aria triunghiului.....	127
Lecția 11. Perimetrul și aria patrulaterului.....	132
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	137
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	140
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	142
CAPITOLUL II. CERCUL	145
Lecția 12. Unghi înscris în cerc.....	145
Lecția 13. Coarde și arce în cerc.....	151
Lecția 14. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc.....	155
Lecția 15. Poligoane regulate înscrise într-un cerc.....	160
Lecția 16. Lungimea cercului și aria discului.....	164
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	167
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	170
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	171
TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINȚELOR	174
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	179

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Forma zecimală a fracției ordinare $\frac{3}{4}$ este:
 A. 0,5; B. 0,75; C. 0,65; D. 0,8.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural prim de două cifre este:
 A. 10; B. 15; C. 11; D. 13.
- (0,5p) 3. Suma numerelor raționale pozitive $1\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{6}$ este egală cu:
 A. $\frac{3}{2}$; B. $\frac{2}{3}$; C. $\frac{5}{6}$; D. $\frac{3}{4}$.
- (0,5p) 4. Suplementul unghiului cu măsura de 78° este unghiul cu măsura de:
 A. 160° ; B. 12° ; C. 90° ; D. 102° .
- (0,5p) 5. Rezultatul calculului $(-1)^{2017} + (-1)^{2018}$ este egal cu:
 A. 2; B. -2; C. -1; D. 0.
- (0,5p) 6. Soluția inecuației $-3x \leq 9$, unde $x \in \mathbb{Z}$, este mulțimea:
 A. $\{3, 4, 5, \dots\}$; B. $\{-3, -2, -1, \dots\}$; C. $\{\dots, -5, -4, -3\}$; D. $\{\dots, 1, 2, 3\}$.
- (0,5p) 7. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este egal cu:
 A. 12; B. 24; C. 48; D. 18.
- (0,5p) 8. Dacă ABC este un triunghi dreptunghic în A și $\sphericalangle B = 4\sphericalangle C$, atunci măsura unghiului C este egală cu:
 A. 60° ; B. 30° ; C. 18° ; D. 45° .
- (0,5p) 9. Calculând 40% din 35 obținem numărul:
 A. 15; B. 40; C. 70; D. 14.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,7p) 1. Se consideră numărul rațional $x = \frac{11}{10} - \left[2\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] : \frac{5}{2}$. Arătați că $x = \frac{4}{15}$.
2. Numerele naturale $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, îndeplinesc condițiile $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 1296$ și $\left[\overline{ab}; \overline{cd} \right] = \left(\overline{ab}; \overline{cd} \right)^3$.
- (0,8p) a) Determinați $\left(\overline{ab}; \overline{cd} \right)$.
- (0,8p) b) Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ și $\overline{cd}$.

3. Pe latura BC a triunghiului ABC , cu $\angle A > \angle B$ și $\angle A > \angle C$, se consideră punctele D și E astfel încât $BD \equiv BA$, respectiv $CE \equiv CA$. Știind că $\angle BAE = 20^\circ$ și $\angle CAD = 25^\circ$, determinați:

- (0,8p) a) $\angle BAC$; (0,7p) b) $\angle ABC$; (0,7p) c) $\angle ACB$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Frația ordinară mai mică decât 0,8 este:
A. 1,5; B. 0,(8); C. 0,(7); D. 2,1.
- (0,5p) 2. Dintre numerele naturale 2, 4, 6 și 9, prime între ele sunt:
A. 2 și 4; B. 2 și 6; C. 4 și 6; D. 2 și 9.
- (0,5p) 3. Rezultatul diferenței $\{1, 3, 5\} \setminus \{1, 4\}$ este mulțimea:
A. $\{3, 5\}$; B. $\{1, 3, 4\}$; C. $\{1, 4, 5\}$; D. $\{1, 4\}$.
- (0,5p) 4. Dacă M este mijlocul segmentului EF , cu lungimea de 5 cm, atunci lungimea segmentului EM este egală cu:
A. 4 cm; B. 2,5 cm; C. 1,5 cm; D. 6 cm.
- (0,5p) 5. Scriind 64% sub formă de fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{16}{25}$; B. $\frac{9}{10}$; C. $\frac{7}{50}$; D. $\frac{32}{25}$.
- (0,5p) 6. Rezultatul calculului $6 \cdot (-1 - 2)$ este egal cu:
A. -12; B. 24; C. 30; D. -18.
- (0,5p) 7. Dacă $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$, atunci produsul $a \cdot b$ este egal cu:
A. 20; B. 45; C. 35; D. 50.
- (0,5p) 8. Dacă ABC este un triunghi echilateral, atunci $\angle C$ este egală cu:
A. 90° ; B. 60° ; C. 45° ; D. 30° .
- (0,5p) 9. Suma fracțiilor supraunitare care au numărătorul 4 este egală cu:
A. $7\frac{1}{3}$; B. $5\frac{5}{6}$; C. $6\frac{1}{2}$; D. $8\frac{3}{4}$.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale pozitive ecuația:

$$\frac{4}{5} - x = 1 \frac{5}{8} \left(\frac{12}{13} - \frac{2}{5}x \right).$$

2. Fie a și b două numere raționale direct proporționale cu numerele 3 și 4. Se știe că $a + b = 5$.

- (0,7p) a) Determinați numerele raționale a și b .
(0,7p) b) Calculați valoarea raportului numerelor b și a .

3. În exteriorul triunghiului echilateral DEF , în care notăm cu M mijlocul laturii DF , se construiește triunghiul echilateral MNF . $EM \cap DF = \{P\}$. Arătați că:
 (0,7p) a) $NF \parallel DE$; (0,8p) b) $\triangle EMD \equiv \triangle DNF$; (0,8p) c) $DP = 2PN$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Scriind numărul 1,5 sub formă de fracție ordinară ireductibilă, obținem:

A. $\frac{15}{10}$; B. $\frac{1}{5}$; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{3}{2}$.

- (0,5p) 2. Cel mai mare număr natural compus de o cifră este:

A. 6; B. 7; C. 8; D. 9.

- (0,5p) 3. Rezultatul calculului $(-2) \cdot 3 + 4$ este egal cu:

A. -1; B. 2; C. -2; D. 1.

- (0,5p) 4. Soluția ecuației $2x + 1 = 9$, $x \in \mathbb{N}$, este numărul:

A. 4; B. 5; C. -3; D. 2.

- (0,5p) 5. Cel mai mare divizor comun al numerelor 8 și 12 este egal cu:

A. 2; B. 3; C. 4; D. 6.

- (0,5p) 6. Complementul unghiului cu măsura de 45° este unghiul cu măsura de:

A. 45° ; B. 90° ; C. 60° ; D. 135° .

- (0,5p) 7. Rezultatul calculului $1 - 0,(6)$ este egal cu:

A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{3}{4}$; D. $\frac{5}{6}$.

- (0,5p) 8. Perimetrul triunghiului echilateral cu latura de 6 cm este egal cu:

A. 20 cm; B. 12 cm; C. 18 cm; D. 24 cm.

- (0,5p) 9. Numărul x din proporția $\frac{6}{x} = \frac{3}{2}$ este egal cu:

A. 2; B. 3; C. 4; D. 6.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația: $|7 - 2x| < 11$.

2. Se consideră numerele raționale $x = -1\frac{5}{6}$ și $y = -1\frac{8}{9}$.

- (0,7p) a) Comparați numerele raționale x și y .

- (0,7p) b) Rotunjiți la a doua zecimală rezultatul calculului $y \cdot (x^2 - y) - 2x$.

3. În triunghiul ascuțitunghic ABC cu $\angle A = 45^\circ$ construim înălțimile BD , $D \in AC$, și CE , $E \in AB$. Dacă $BD \cap CE = \{H\}$, arătați că:

- (0,7p) a) $AD \equiv BD$; (0,8p) b) $\angle DHC = 45^\circ$; (0,8p) c) $AH \equiv BC$.

Capitolul I

MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional



Citesc și rețin

Definiție: Un număr natural a se numește **pătrat perfect** dacă există un număr natural b astfel încât $a = b^2$.

Exemple: $9 = 3^2$, $25 = 5^2$, $100 = 10^2$.

Definiție: **Rădăcina pătrată** a numărului natural pătrat perfect a este numărul natural b cu proprietatea $a = b^2$. Notăm $\sqrt{a} = b$.

Exemple: $\sqrt{5^2} = 5$; $\sqrt{19^2} = 19$; $\sqrt{73^2} = 73$.

Observație: Dacă a , $a \neq 0$, este un număr natural pătrat perfect, atunci există două numere întregi b și $-b$ cu proprietatea $a = b^2 = (-b)^2$ și, în acest caz, $\sqrt{a} = |b|$.

Exemple: $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$, $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$.

Definiție: **Rădăcina pătrată** a numărului rațional pozitiv x este numărul rațional pozitiv a cu proprietatea $x = a^2$. Notăm $\sqrt{x} = a$.

Exemple: $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{\left(\frac{17}{29}\right)^2} = \frac{17}{29}$.

Prin estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv înțelegem un număr rațional pozitiv apropiat de rezultatul corect. Estimările sunt utile în rezolvarea problemelor din realitatea cotidiană.

Observație: Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $b \in \mathbb{N}^*$, atunci $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.



Cum se aplică?

1. Calculați:

a) $\sqrt{25}$;

b) $\sqrt{81}$.

Soluție:

a) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

b) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

2. Calculați:

a) $\sqrt[3]{\frac{49}{64}}$;

We know
books

b) $\sqrt{\frac{48}{75}}$.

Soluție:

a) $\sqrt{\frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{7^2}{8^2}} = \frac{7}{8}$;

b) $\sqrt{\frac{48}{75}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$.

3. Determinați cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} \leq 6\}$.

Soluție:

$5 < \sqrt{n} \leq 6$, deci $25 < n \leq 36$, de unde rezultă $A = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$, prin urmare $\text{card } A = 11$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

- a) 16 =; b) 36 =; c) 49 =; d) 64 =; e) 81 =;
f) 100 =; g) 144 =; h) 196 =; i) 324 =; j) 400 =

2. Citiți următoarele propoziții:

- a) $\sqrt{25} = 5$; b) $\sqrt{169} = 13$; c) $\sqrt{361} = 19$; d) $\sqrt{81} = 9$.

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\sqrt{14^2} = 14$; ☐ b) $\sqrt{19^2} = 19$; ☐ c) $\sqrt{41^2} = 41$; ☐
d) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$; ☐ e) $\sqrt{(-13)^2} = -13$; ☐ f) $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$. ☐

4. Calculați:

- a) $\sqrt{16} = \dots$; b) $\sqrt{25} = \dots$; c) $\sqrt{36} = \dots$; d) $\sqrt{49} = \dots$; e) $\sqrt{64} = \dots$;
f) $\sqrt{100} = \dots$; g) $\sqrt{121} = \dots$; h) $\sqrt{144} = \dots$; i) $\sqrt{225} = \dots$; j) $\sqrt{256} = \dots$.

5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\sqrt{(-11)^2} = \dots$; b) $\sqrt{(-23)^2} = \dots$; c) $\sqrt{(-59)^2} = \dots$.

6. Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 7\} = \dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 8\} = \dots$;
c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 9\} = \dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 6\} = \dots$.

7. Calculați:

- a) $\sqrt{16} + \sqrt{25}$; b) $\sqrt{64} - \sqrt{49}$; c) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$; d) $\sqrt{64} + \sqrt{25}$;
e) $\sqrt{81} - \sqrt{36} = \dots$; f) $\sqrt{16} - \sqrt{64} = \dots$.

8. Calculați:

- a) $(\sqrt{225} - \sqrt{36}) \cdot \sqrt{100}$; b) $\sqrt{121} : (\sqrt{25} - \sqrt{256})$; c) $\sqrt{144} : (\sqrt{49} - \sqrt{169})$;
d) $\sqrt{196} : (\sqrt{64} - \sqrt{100}) = \dots\dots\dots$

9. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$; ☐ b) $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$; ☐ c) $\sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$; ☐ d) $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$; ☐

10. Calculați:

- a) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \dots$; b) $\sqrt{\frac{16}{49}} = \dots$; c) $\sqrt{\frac{64}{81}} = \dots$; d) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \dots$;
e) $\sqrt{\frac{81}{100}} = \dots$; f) $\sqrt{\frac{49}{144}} = \dots$; g) $\sqrt{\frac{225}{64}} = \dots$; h) $\sqrt{\frac{196}{25}} = \dots$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

11. Efectuați mai întâi simplificările și apoi calculați:

- a) $\sqrt{\frac{27}{12}}$; b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$; c) $\sqrt{\frac{45}{20}}$; d) $\sqrt{\frac{75}{108}}$; e) $\sqrt{\frac{96}{294}}$; f) $\sqrt{\frac{175}{567}}$.

12. Calculați:

- a) $\sqrt{0,27 \cdot 1, (3)}$; b) $\sqrt{1,35 \cdot 1, (6)}$; c) $\sqrt{5,5 \cdot 0,6(1)}$; d) $\sqrt{4,5 \cdot 1,3(8)}$.

13. Determinați cel mai mic număr natural nenul n pentru care:

- a) $\sqrt{45 \cdot n} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{63 \cdot n} \in \mathbb{N}$; c) $\sqrt{75 \cdot n} \in \mathbb{N}$; d) $\sqrt{80 \cdot n} \in \mathbb{N}$.

14. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

- a) $n = \sqrt{225} + \sqrt{100} - \sqrt{81}$; b) $n = \sqrt{324} + \sqrt{25} + \sqrt{169}$;
c) $n = 3\sqrt{256} - \sqrt{16} + \sqrt{400}$; d) $n = \sqrt{324} - \sqrt{49} + 5\sqrt{196}$.

15. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

- a) $n = (\sqrt{576} + \sqrt{256}) : \sqrt{100}$; b) $n = \sqrt{324} : (\sqrt{256} - \sqrt{196})$;
c) $n = (\sqrt{900} + \sqrt{324}) : \sqrt{144}$; d) $n = \sqrt{144} \cdot (\sqrt{289} - \sqrt{196})$.

16. i) Determinați numerele naturale consecutive m și n pentru care $m < x < n$, în fiecare din cazurile:

- a) $x = \sqrt{35}$; b) $x = \sqrt{51}$; c) $x = \sqrt{73}$; d) $x = \sqrt{94}$.

ii) Determinați numerele naturale consecutive p și q pentru care $p < x < q$, în următoarele cazuri:

- a) $x = \sqrt{27,5}$; b) $x = \sqrt{43,2}$; c) $x = \sqrt{61,7}$; d) $x = \sqrt{79,8}$.

17. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{1}{49}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$;

b) $\sqrt{\frac{1}{25}} - \sqrt{\frac{1}{36}}$;

c) $\sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{36}}$;

d) $\sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{25}{144}}$;

e) $\sqrt{\frac{81}{25}} - \sqrt{\frac{9}{100}}$;

f) $\sqrt{\frac{81}{400}} + \sqrt{\frac{16}{25}}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

18. Determinați mulțimile:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < \sqrt{n} < 2\}$;

b) $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \sqrt{n} < 3\}$;

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < \sqrt{n} \leq 4\}$;

d) $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{n} \leq 5\}$.

19. Dacă notăm cu S suma fracțiilor subunitare care au numitorul egal cu 9, arătați că $\sqrt{S} \in \mathbb{N}$.

20. Arătați că $n \in \mathbb{N}$ în următoarele cazuri:

a) $n = \sqrt{1,44} + \sqrt{2,25} + \sqrt{5,29}$;

b) $n = \sqrt{2,56} + \sqrt{6,76} + \sqrt{7,84}$.

21. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{1}{16}} : \left(\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{9}{144}} \right)$;

b) $\sqrt{\frac{1}{64}} : \left(\sqrt{\frac{100}{9}} - \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{9}{64}} \right)$;

c) $\left(\sqrt{\frac{225}{81}} - \sqrt{\frac{121}{36}} - \sqrt{\frac{49}{16}} \right) : \sqrt{\frac{1}{36}}$;

d) $\left(\sqrt{\frac{169}{400}} - \sqrt{\frac{81}{100}} + \sqrt{\frac{64}{25}} \right) : \sqrt{\frac{1}{25}}$.

22. Arătați că $x \in \mathbb{Q}$ în următoarele cazuri:

a) $x = \sqrt{1 + \sqrt{\frac{25}{16}}} : \sqrt{\frac{81}{64}}$;

b) $x = \sqrt{\frac{25}{64}} : \sqrt{9 - \sqrt{\frac{121}{16}}}$;

c) $x = \sqrt{\frac{25}{36}} : \sqrt{2 + \sqrt{\frac{49}{81}}}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Calculați:

a) $\left[\sqrt{1,3(8):0,5} + \sqrt{2\frac{14}{25}} \right] : \sqrt{1,96}$;

b) $\left[\sqrt{0,8(3):1,2} - \sqrt{1\frac{40}{81}} \right] : \sqrt{0,49}$.

24. Calculați:

a) $\sqrt{6\frac{1}{4}} \cdot \left[\sqrt{0,3 \cdot 2,1(3)} - \sqrt{0,75 \cdot 0,(3)} \right]$;

b) $\left[\sqrt{0,96 \cdot 0,(6)} - \sqrt{0,6 \cdot 0,2(6)} \right] \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}}$.

25. Extrageți rădăcina pătrată din numărul rațional x în următoarele cazuri:

a) $x = \left[\sqrt{36} \cdot \left(\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{49}{64}} \right) - \sqrt{\frac{121}{256}} \right] : \frac{1}{\sqrt{16}}$;

b) $x = \left[\sqrt{100} \cdot \left(\sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{64}{81}} \right) - \sqrt{7\frac{1}{9}} \right] : \frac{1}{\sqrt{16}}.$

26. Determinați cel mai mic număr natural nenul n , pentru care:

a) $\sqrt{\frac{12 \cdot n}{245}} \in \mathbb{Q};$ b) $\sqrt{\frac{968}{n \cdot 75}} \in \mathbb{Q};$ c) $\sqrt{\frac{27 \cdot n}{448}} \in \mathbb{Q}.$

27. Notăm cu S suma numerelor naturale impare mai mici decât 100. Calculați rădăcina pătrată a sumei S .

28. Se consideră mulțimile $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc. Dacă notăm cu S suma elementelor mulțimii A_7 , calculați $\sqrt{7S}$.

29. Se consideră produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$. Este posibil ca înlocuind unul dintre factorii produsului p cu o cifră să avem $\sqrt{p} \in \mathbb{N}^*$? Justificați răspunsul.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

30. Determinați numărul natural $\overline{ab}$, $a > b > 0$, cu proprietatea $\sqrt{ab + ba} \cdot \sqrt{ab - ba} \in \mathbb{N}$.

31. Arătați că $a \in \mathbb{Q}$, știind că:

$$a = \sqrt{\frac{1}{0+1+2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{1+2+3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2+3+4} \cdot \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{47+48+49} \cdot \frac{1}{49}}.$$

32. Determinați mulțimea $A = \{\overline{abcd} \mid \sqrt{abcd} + \sqrt{bcd} + \sqrt{cd} = 105, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0\}$.
(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 7/2007)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Calculați:

a) $(\sqrt{100} + \sqrt{64}) : \sqrt{9};$ b) $\sqrt{49} \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{196});$ c) $\sqrt{144} : (\sqrt{1} + \sqrt{121}).$

(3p) **2.** Determinați mulțimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 < \sqrt{n} < 7\}$ și precizați cardinalul acesteia.

(3p) **3.** Rotunjiți la prima zecimală numărul:

$$a = \left(\sqrt{\frac{9}{64}} + \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{121}{100}} \right) : \sqrt{1,2 : 0,8(3)}.$$



Scoaterea factorului a de sub radical se face astfel: $\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}$, $b \geq 0$.

- $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$, dacă $a \geq 0, b \geq 0$.
- $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$, dacă $a < 0$ și $b \geq 0$.



1. Scoateti factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{7^2 \cdot 2}$; b) $\sqrt{20}$; c) $\sqrt{108}$.

a) $\sqrt{7^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$; b) $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$; c) $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

- a) $3\sqrt{5}$; b) $4\sqrt{3}$; c) $-5\sqrt{7}$.

a) $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$; b) $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$;
c) $-5\sqrt{7} = -\sqrt{5^2 \cdot 7} = -\sqrt{25 \cdot 7} = -\sqrt{175}$.

- a) $2\sqrt{15}$ și $3\sqrt{7}$; b) $-6\sqrt{2}$ și $-5\sqrt{3}$.

a) $2\sqrt{15} = \sqrt{2^2 \cdot 15} = \sqrt{4 \cdot 15} = \sqrt{60}$, $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$, deci $2\sqrt{15} < 3\sqrt{7}$;
b) $-6\sqrt{2} = -\sqrt{6^2 \cdot 2} = -\sqrt{72}$, $-5\sqrt{3} = -\sqrt{5^2 \cdot 3} = -\sqrt{75}$, deci $-6\sqrt{2} > -5\sqrt{3}$.



Exerciții și probleme de dificultate minimă

- a) $\sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$; b) $\sqrt{7^2 \cdot 6} = 7\sqrt{6}$; c) $\sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$;

- a) $\sqrt{12} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{18} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{24} = \dots\dots\dots$;
d) $\sqrt{28} = \dots\dots\dots$; e) $\sqrt{48} = \dots\dots\dots$; f) $\sqrt{50} = \dots\dots\dots$

- a) $4\sqrt{15} = \sqrt{4^2 \cdot 15}$; b) $-6\sqrt{3} = \sqrt{-6^2 \cdot 3}$; c) $-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \cdot 2}$;